

Fiche 3 Développement d'une expression algébrique

Une **expression algébrique** (ou expression littérale) est une suite d'opérations à effectuer sur des valeurs dont certaines sont représentées par des lettres.

Développer une expression algébrique signifie l'écrire sous la forme d'une somme de termes.

Rappels :

- L'absence de signe entre deux lettres, un nombre et une lettre ou entre deux facteurs se traduit par une multiplication

$$ab = a \times b$$

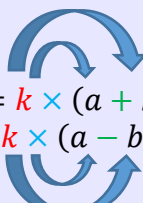


$$3x = 3 \times x$$

$$(3x + 2)(5x - 3) = (3x + 2) \times (5x - 3)$$

- À savoir : $x^2 = x \times x$.

$$x^3 = x \times x^2 = x \times x \times x$$

■ Distributivité simple

Méthode	Exemple
<p>k, a et b sont des nombres réels quelconques.</p>  $k(a + b) = k \times (a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb$ $k(a - b) = k \times (a - b) = k \times a - k \times b = ka - kb$ <p>Les flèches montrent bien que l'on « distribue » la multiplication à chaque terme entre parenthèses. On passe à chaque fois d'un produit à une somme algébrique.</p> <p>Remarques :</p> <p>1. Lorsqu'il y a un signe « + » devant une parenthèse :</p>  $3x + (-5 + 2x) = 3x + 1 \times (-5 + 2x)$ $= 3x - 5 + 2x$ <p>2. Lorsqu'il y a un signe « - » devant une parenthèse :</p>  $7x - (-3 + 9x) = 7x - 1 \times (-3 + 9x)$ $= 7x - 1 \times (-3) + (-1) \times 9x = 7x + 3 - 9x$	<p>1. Calculer mentalement.</p> $8 \times 107 = 8 \times (100 + 7) =$ $8 \times 100 + 8 \times 7 = 800 +$ $56 = 856.$ $12 \times 98 = 12 \times (100 -$ $2) = 12 \times 100 - 12 \times 2 =$ $1\ 200 - 24 = 1\ 136.$ <p>2. Développer une expression littérale.</p> $-(2x - 8y + 9) = -2x +$ $8y - 9.$ $6(7a + 4) = 6 \times 7a + 6 \times$ $4 = 42a + 24.$ $-3(6 - 8y) = -3 \times 6 -$ $(-3) \times 8y = -18 + 24y.$

Ai-je bien compris ?

1. Développer les expressions suivantes (calcul mental).

$7 \times 103 =$

$7 \times 96 =$

$6 \times 108 =$

$4 \times 97 =$

$5 \times 92 =$

2. Développer et réduire les expressions suivantes.

$3(2x - 5) =$

$-5(-2y + 1) =$

$6 - 4(3 - 5x) =$

$3x + 2(-x - 1) =$

$2(7x - 3y) =$

$2(5x + 4) - 3(x + 6) =$

■ Distributivité double

Méthode
<p>a, b, c et d sont des nombres réels quelconques.</p> $(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = ac + ad + bc + bd$ <p>Les flèches montrent bien que l'on « distribue » la multiplication à chaque terme entre parenthèses. On passe à chaque fois d'un produit à une somme algébrique.</p>
Exemple
$A = (3x - 5)(6x + 7) = 3x \times 6x + 3x \times 7 + (-5) \times 6x + (-5) \times 7$ $B = (x - 1)(x - 5) = x \times x + x \times (-5) + (-1) \times x + (-1) \times (-5)$

INFO
Pour m'aider à développer, j'ajoute des flèches au crayon.

INFO

Au B, je **développe** et je **réduis** le produit **entre parenthèses**. Comme elles sont précédées du signe $-$, on **ouvre** une parenthèse et on **effectue** le développement dedans. On **supprime** ensuite les parenthèses **en changeant le signe des trois termes**.

▶ Ai-je bien compris ?

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x + 6)(x + 1) =$$

$$B = (3x - 2)(-x + 4) =$$

$$C = (-7x + 2)(4x + 1) =$$

$$D = (6x - 1)(2x - 3) =$$

$$E = (-2x - 4)(6x - 5) =$$

$$F = 3(2x - 1)(6x + 5) =$$

$$G = 3x - (2x - 1)(6x + 5) =$$

■ Identités remarquables

Une **identité** est une égalité qui est vraie quelles que soient les valeurs données aux lettres qui figurent dans l'égalité.

Méthode	Exemple
<p>a et b sont des nombres réels quelconques. Il faut connaître les trois identités remarquables suivantes :</p> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ <p>Dans les deux premières identités, $2ab$ est appelé « le double produit ». On a : $2ab = 2 \times a \times b$.</p>	<p>1. Calculer mentalement.</p> <ul style="list-style-type: none"> $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$ $19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361$ $39 \times 41 = (40 - 1)(40 + 1) = 40^2 - 1^2 = 1\,600 - 1 = 1\,599$ <p>2. Développer une expression littérale.</p> $A = (x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$ $B = (p - 5)^2 = p^2 - 2 \times p \times 5 + 5^2 = p^2 - 10p + 25$ $C = (6u + 4)^2 = (6u)^2 + 2 \times 6u \times 4 + 4^2 = 36u^2 + 48u + 16$

▶ Ai-je bien compris ?

1. Développer les expressions suivantes (calcul mental).

$$22^2 =$$

$$99^2 =$$

$$94^2 =$$

$$37^2 =$$

$$102 \times 98 =$$

$$57 \times 63 =$$

2. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (n - 7)(n + 7) =$$

$$B = (t + 8)^2 =$$

$$C = (9 - y)^2 =$$

$$D = (3 - 4x)(3 + 4x) =$$

$$E = (1 + 5x)^2 =$$

$$F = (2y - 6)^2 =$$

INFO

Attention aux parenthèses autour de $(6u)^2 = 36u^2$!